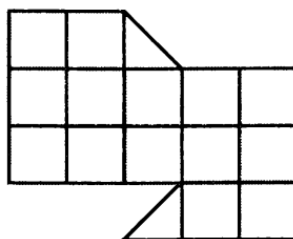


**7 класс**

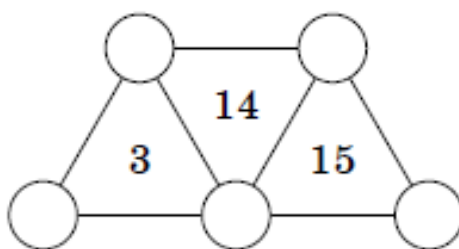
1. Можно ли так расставить знаки «+» или «−» между каждыми двумя соседними цифрами числа 20222023, чтобы полученное выражение равнялось нулю?
2. В классе 39 учеников, все они родились в 2009 году. Найдётся ли такой месяц в году, в котором отмечают свой день рождения не меньше чем 4 ученика этого класса?
3. Разрежьте фигуру, показанную на рисунке, на две части одинаковые по размеру и форме. Резать можно по линиям сетки и по диагоналям квадратов. Две части считаются одинаковыми, если после разрезания можно наложить их друг на друга так, чтобы они точно совпали. При этом их можно поворачивать и переворачивать.



4. В школе чародейства и волшебства всего 13 учеников. Перед экзаменом по ясновидению преподаватель посадил их за круглый стол и попросил угадать, кто получит диплом ясновидящего. Про себя и двух своих соседей все скромно умолчали, а про всех остальных написали: «Никто из этих десяти не получит!» Конечно же, все сдавшие экзамен угадали, а все остальные ученики ошиблись. Сколько колдунов получили диплом?
5. На кухне лежало целое число головок сыра. Ночью пришли крысы и съели 10 головок, причём все ели поровну. У нескольких крыс от обжорства заболели животы. Остальные семь крыс следующей ночью доели оставшийся сыр, но каждая крыса смогла съесть вдвое меньше сыра, чем накануне. Сколько сыра было на кухне первоначально?

## 8 класс

1. Два класса с одинаковым количеством учеников написали контрольную. Проверив контрольные, строгий директор Александр Владимирович сказал, что он поставил двоек на 11 больше, чем остальных оценок. Не ошибся ли Александр Владимирович?
2. Миша расставил в кружках различные цифры, а внутри каждого треугольника записал либо сумму, либо произведение цифр в его вершинах. Потом он стёр цифры в кружочках. Впишите в кружочки различные цифры так, чтобы условие выполнялось.



3. В некотором государстве первоначально было 10 банков. С момента перестройки общества все захотели быть банкирами. Но, по закону, открыть банк можно только путем деления уже существующего банка на 8 новых банков. Через 2 года министр финансов сообщил президенту, что в стране действует уже 2023 банка, после чего был немедленно уволен за некомпетентность. Как президент понял, что его обманывают?
4. Доход студента складывается из трёх источников: стипендия, временная подработка и помощь родителей. Если правительство удвоит стипендию, то его доход возрастёт на 5%. Если время подработки увеличить в два раза, то доход возрастёт на 15%. На сколько процентов возрастёт доход студента, если его папа с мамой будут присылать денег вдвое больше?
5. В квадрате  $ABCD$  отмечены точки  $E$  и  $F$  – середины сторон  $BC$  и  $CD$  соответственно. Отрезки  $AE$  и  $BF$  пересекаются в точке  $K$ . Что больше: площадь треугольника  $AKF$  или площадь четырехугольника  $KECF$ ?

### 9 класс

1. Уравнение  $x^2 - ax + 2022 = 0$  имеет 2 целых положительных корня. При каком наименьшем значении  $a$  такое возможно?
2. Есть 25 монет, среди которых 12 фальшивых, отличающихся по весу ровно на 1 г от настоящих. При этом какие-то могут быть легче настоящих, а какие-то – тяжелее. Есть чашечные весы без гирь со стрелкой, которая показывает разность в весе. Какое минимальное число взвешиваний нужно совершить, чтобы определить фальшивая или нет данная монета?
3. Числа  $p$ ,  $q$  и  $pq + 1$  – простые. Докажите, что  $(2p + q)(p + 2q)$  кратно четырём.
4. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если высота, проведенная к ней, равна 1 см, а один из углов треугольника равен  $15^\circ$ . Если ответ не является целым, то округлите его до десятых.
5. Сколько существует чётных шестизначных чисел, в записи которых одинаковые цифры не стоят рядом?

## 10 класс

1. Даны различные действительные числа  $p$  и  $q$ . Известно, что можно подобрать такое число  $x$ , что будут выполнены равенства  $x^2 + px + q = 0$  и  $x^2 + qx + p = 0$ . Какие значения может принимать сумма  $p + q$ ?
2. Найдите четыре таких числа, что все их попарные суммы являются последовательными натуральными числами, меньшее из которых равно 2023.
3. В футбольном турнире играли семь команд: каждая команда по одному разу сыграла с каждой. В следующий круг отбираются команды, набравшие тринадцать и более очков. За победу даётся 3 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков. Какое наибольшее количество команд может выйти в следующий круг?
4. Четырёхугольник  $ABCD$  – вписанный, точка  $K$  – середина той дуги  $AD$ , где нет других вершин четырёхугольника. Пусть  $X$  и  $Y$  – точки пересечения прямых  $BK$  и  $CK$  с диагоналями. Докажите, что прямая  $XY$  параллельна  $AD$ .
5. Положительные вещественные числа  $a, b, x, y$  удовлетворяют условиям  $ax \leq 5$ ,  $ay \leq 10$ ,  $bx \leq 10$ ,  $by \leq 10$ . Следует ли отсюда, что

$$ax + ay + bx + by \leq 30?$$

## 11 класс

1. Найдутся ли такие натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ , что у каждого из уравнений  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $ax^2 + bx - c = 0$ ,  $ax^2 - bx + c = 0$ ,  $ax^2 - bx - c = 0$  оба корня – целые?
2. У Васи имеются монеты достоинством в 49 тугриков, у Пети – достоинством в 99 тугриков. Вася должен Пете тугрик. Смогут ли они рассчитаться?
3. Найдите наибольшее значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ , если  $x, y, z$  – целые числа, удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} xy + x + y = 20, \\ yz + z + y = 6, \\ xz + x + z = 2. \end{cases}$$

4. Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $M$  и  $P$ . Обозначим через  $MA$  хорду окружности  $\omega_1$ , касающуюся окружности  $\omega_2$  в точке  $M$ , а через  $MB$  – хорду окружности  $\omega_2$ , касающуюся окружности  $\omega_1$  в точке  $M$ . На прямой  $MP$  отложен отрезок  $PH = MP$ . Докажите, что четырёхугольник  $MANB$  вписанный.
5. Числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  удовлетворяют условию

$$\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} = 0.$$

Докажите, что

$$\frac{a}{(b-c)^2} + \frac{b}{(c-a)^2} + \frac{c}{(a-b)^2} = 0.$$